回路方程式と伝達関数

LRCで構成される電子回路の動作は、線形な方程式で表すことができる。この回路の動作をあらわす式を回路方程式と呼ぶ。

任意の回路網の動作は回路方程式で表せるが、実用上の問題から、入力と出力の関係を決める伝達関数で回路の動作を表す場合もある。

回路方程式

・LRCで構成される電子回路の動作は微分方程式で表すことができる。

・または、インピーダンスを使って方程式を立てることで動作を表す。

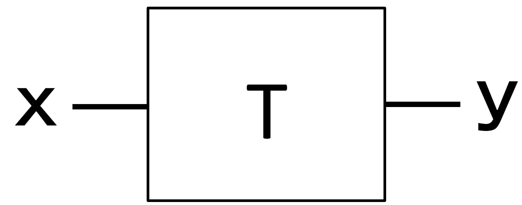
・回路網に対しては、キルヒホッフの法則を用いて式を立てることができる。

これらの方法によって、任意の回路の動作を解析することができる。

伝達関数

信号を処理する電子回路には、一般に入力xと出力yがある。その関係は線形な関数Tで表すことができる。（そのようにx、yの変数をうまく選ぶ。）

y＝Tx



このような関数Tを伝達関数とよぶ。周波数を変数として正弦波を入力とすると、Tは周波数を変数とするフィルター特性になり、電流・電圧を入力とすると、Tはインピーダンスなどの行列になる。

周波数伝達関数

　正弦波を伝える回路は、周波数ωを変数とする伝達関数F(ω)で表すことができる。Fは複素数の関数で、入力x=A exp($j\omega t$)、出力y=B exp($j\omega t$)とすると、

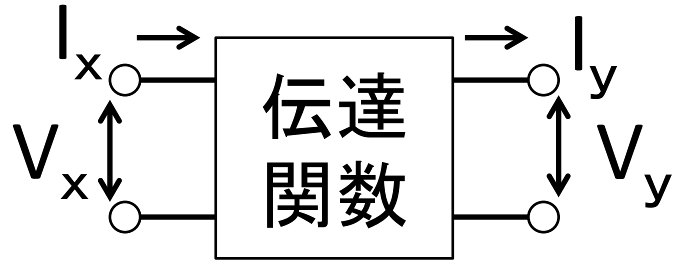
　　y=Fx （またはB=FA)

の形でFが出力を与える。Fの絶対値は増幅率、偏角は位相の回転を示す。

　実はF(ω)は、インパルス応答関数f(t)のフーリエ変換である。

4端子回路(2端子対回路)

入力・出力のある回路は、4つの端子を持つ。4端子回路では、入出力それぞれに電圧・電流の値の自由度がある。2組の2変数間の関係を決める伝達関数は、2x2の要素からなる行列になる。



$$\begin{pmatrix} V_2 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix}$$

パラメータは様々な形式に設定できるが、ここでは各端子毎のV,Iをベクトルとして扱うFパラメータ(ABCDパラメータ)を紹介する。

$$\mathbf{x}_1 = \begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix}, \mathbf{x}_2 = \begin{pmatrix} V_2 \\ I_2 \end{pmatrix}, \mathbf{T}_1 = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$$

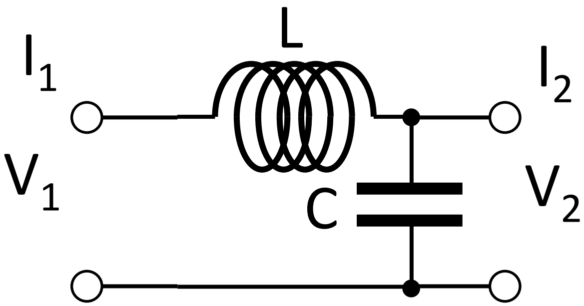
$$\mathbf{x}_2 = \mathbf{T}_1 \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_3 = \mathbf{T}_2 \mathbf{x}_2 \Rightarrow \mathbf{x}_3 = \mathbf{T}_2 \mathbf{T}_1 \mathbf{x}_1$$

$$V_2 = AV_1 + BI_1$$
$$I_2 = CV_1 + DI_1$$

Fパラメータを用いると、多段階の回路の特性を、伝達関数の積で計算できる。

LR回路の伝達関数

伝達関数の例として、L,Cからなる回路の伝達関数を求めてみよう。



Lのインピーダンス$Z1=j\omega L$、Cのインピーダンス$Z2=1/j\omega C$とすると

$$V_2 = V_1 - Z_1 I_1$$

$$I_2 = -(1/Z_1)V_1 + \frac{Z_1 + Z_2}{Z_2} I_1$$

の関係があるので、

$$A = 1, B = -Z_1, C = -\frac{1}{Z_1}, D = \frac{Z_1 + Z_2}{Z_2}$$

となる。F行列は $\begin{pmatrix} 1 & j\omega L \\ -j\omega C & 1-\omega^2 LC \end{pmatrix}$

この行列は、多段の回路や伝送線路の計算に用いられる。トランジスタの特性にはhパラメータが使われる。

hパラメータ

hパラメータ（ハイブリッド行列、h行列）

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ V_2 \end{pmatrix}$$

h_{11}・h_{12}・h_{21}・h_{22}の各ハイブリッドパラメータは以下のとおり。

$$h_{11} = \left.\frac{V_1}{I_1}\right|_{V_2=0} \qquad h_{12} = \left.\frac{V_1}{V_2}\right|_{I_1=0}$$

$$h_{21} = \left.\frac{I_2}{I_1}\right|_{V_2=0} \qquad h_{22} = \left.\frac{I_2}{V_2}\right|_{I_1=0}$$

オマケ、物理学における伝達関数

物理学の世界では、伝達関数が重要な意味を持つことがしばしばある。光や音のスペクトルは伝達関数の周波数特性そのものを示す。

また、グリーン関数G(**r**、**r**’)は座標**r**から**r**’への連続量に対する伝達関数を一般化したものと考えることができる。ある点**r**における原因となる現象φが、離れた位置**r** ‘にどれだけ影響を及ぼすかを示すのがGである。

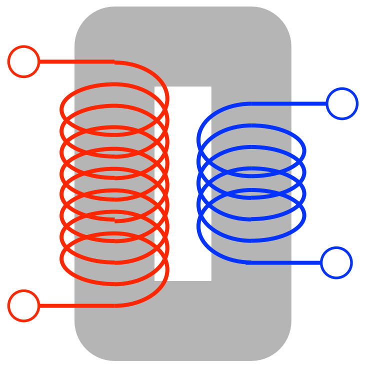
$$\psi\left(\mathbf{r}\right)=G\left(\mathbf{r},\mathbf{r}'\right)\phi\left(\mathbf{r}\right)$$

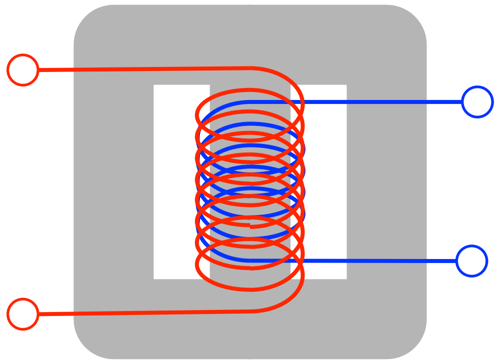
Gは物理現象を伝える、空間（いわゆる真空の）伝達関数と考えることができる。量子論における場の理解は、まさしく真空の伝達関数の解明と考えられる。

トランスの話

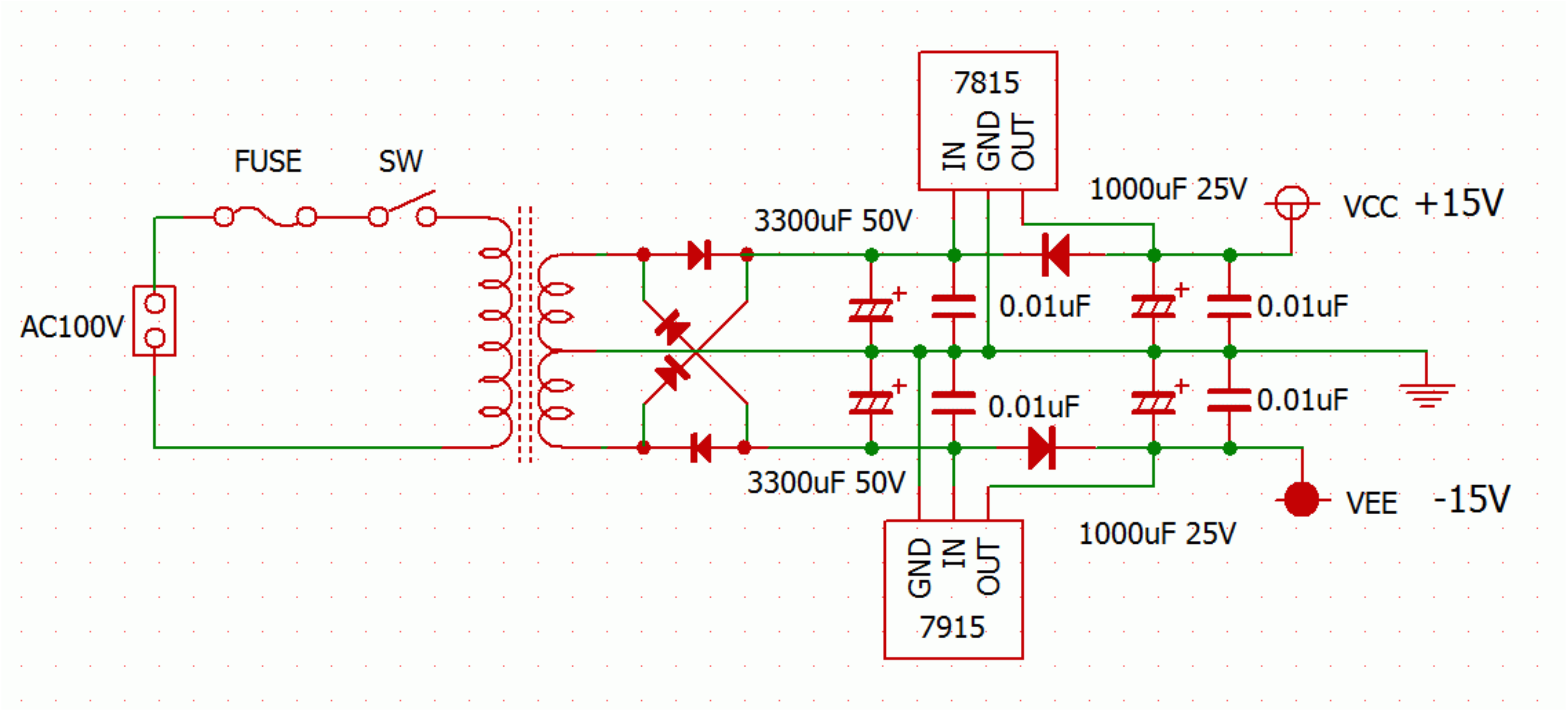
インダクタには、単巻きコイルだけから成るものの他に、2つのコイルを共通の透磁性（しばしば強磁性体）のコアに巻いたものがある。
2つのコイルは磁束で結合されるため、一方に電流が流れると、もう一方に起電力が発生し、電力を伝えることができる。このようなインダクタをトランスフォーマー（トランス）と呼ぶ。
トランスは、巻き数に比例した電圧が発生するため、電圧変換器として利用される。（トランスの名の由来）
例：交流電源電圧の変換

また、巻き線数の2乗に比例したインピーダンスの比を持つので、インピーダンス変換器としても利用される。
例：トランジスタ増幅器の間のインピーダンスマッチング





電源回路



FUSE
SW
AC100V
3300uF 50V
7815
IN
GND
OUT
1000uF 25V
VCC +15V
0.01uF
0.01uF
0.01uF
0.01uF
3300uF 50V
GND
IN
OUT
7915
1000uF 25V
VEE -15V