3.磁界とコイル

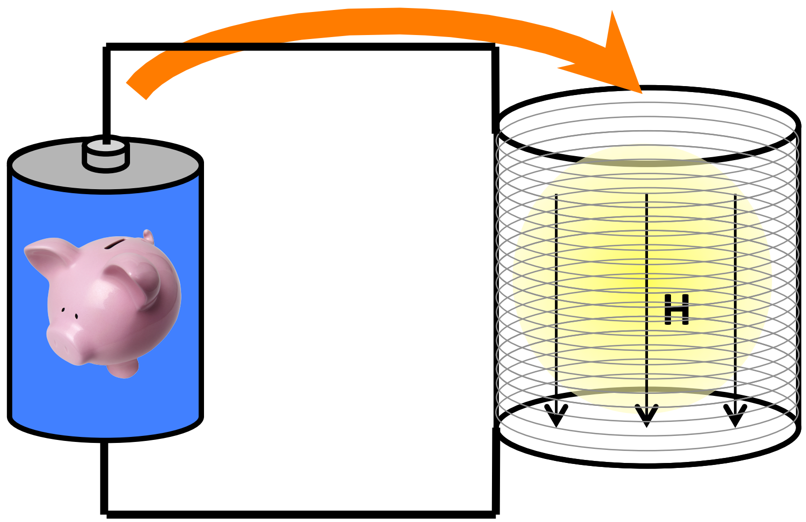
もうひとつの電気回路の基本素子にコイルがある。英語ではinductorインダクタなので、これからはそう呼ぼう。

抵抗は電気エネルギーを熱に、コンデンサは電界のエネルギーに変換た。インダクタは電気エネルギーを磁界に変換してため込むことができる。

磁界Hは、空間に発生する磁気力の強さを表すベクトル量である。磁界は磁荷に対して力を及ぼす。磁荷は、電束と同様に、磁束を発生するものと考えるので、電束密度と同様に磁束密度Bが定義される。BとHの比を透磁率μと呼ぶ。

$$B=\mu H$$

磁界にたまったエネルギーは電流の形をとっているので、動的なエネルギーに見える。つまり電池で駆動し続けないと消えてしまう。しかし、実は電流を切るとエネルギーは戻ってきて逆電流が流れ、抵抗で熱に変わる。
つまり磁界のエネルギーも散逸せずに戻ってくるのである。



磁界と磁束密度

電界**E**と電束密度**D**の関係のように、磁界Hと磁束密度Bにも比例関係がある。

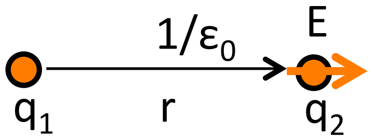
D=εE

B=μH

大きな違いは、磁荷（磁石の1つの極）がBの源になるだけでなく、電流iがHの源になる点である。{電荷はDの源にしかならなかった。}

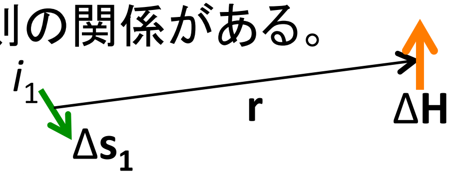
磁荷q_{m1}と磁束密度の間には電界と同様クーロンの法則の関係が成り立つ。

$$H = \frac{1}{4\pi r^2}\frac{q_{m1}}{\mu_0} \quad f = Hq_{m2}$$



一方で電流iと磁界にはビオサバールの法則の関係がある。

$$\Delta H = \frac{1}{4\pi r^2}\left(\frac{\mathbf{r}}{r}\right)\times i_1\Delta\mathbf{s}_1$$



微小な電流素片$i_1\Delta s_1$が**r**離れた場所に作る磁界**ΔH**を与える。

磁界Hは電荷q_mに力を及ぼし、磁束密度Bは電流iに力を及ぼす。

ガウスの法則とアンペールの法則

磁荷と磁束密度の関係は電荷と電束密度の関係と全く同じ式で表される。
よって、磁荷と磁束密度にもガウスの法則が成立する。
しかし、磁荷は必ず$+q_m$と$-q_m$がペアで存在するので、磁荷の総量は0になる。

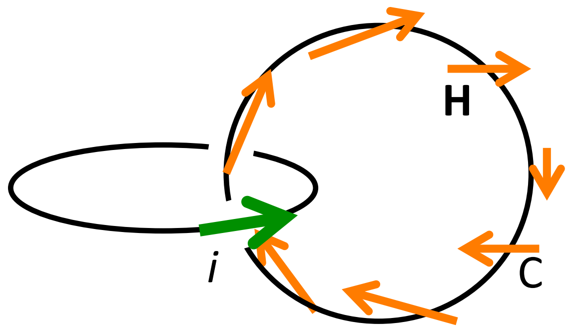
$$\int_S \mathbf{B} \bullet \mathbf{n}\, da = 0$$

つまり、ある閉曲面Sを通り抜ける磁束の総量は0である

いっぽう、ビオサバールの法則を変形するとアンペールの法則が得られる。

$$\int_C \mathbf{H} \bullet d\mathbf{s} = i$$

環状の電流iが作る磁界**H**を交叉する閉曲線Cに沿って積分すると、電流の値に等しくなる。電流の周りには一周して電流値と等しくなる磁界が発生すると言うことだ。



アンペールの法則の微分表記
Jは電流密度ベクトル

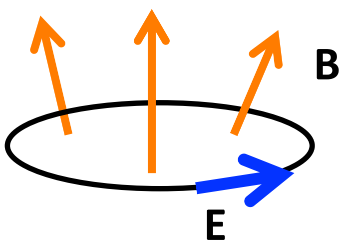
$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} = \frac{d\mathbf{D}}{dt}$$

ファラデーの法則

電束密度の変化である電流が磁界を作り出すように、磁束密度の変化が電界を作り出す。この関係をファラデーの法則と呼ぶ。

$$V = \int_C \mathbf{E} \bullet d\mathbf{s} = \frac{d}{dt}\psi_m$$

環状の回路Cに沿って発生する電圧Vは、内部を通り抜ける磁束ψ_mの時間変化に比例する。電圧Vは電界**E**の距離**ds**による線積分である。



ファラデーの法則も単位面積当たりの量として微分表記すると、

$$\nabla \times \mathbf{E} = \frac{d\mathbf{B}}{dt}$$

となる。磁束密度**B**は磁束ψ_mの面密度である。

インダクタの性質1

一般にコイルの性質を計算で求めることは実は難しい。しかし、無限に長いソレノイドコイルであれば、アンペールの法則から、内部の磁界を求めることができる。コイルの半径をaとする。内部の磁界は均一、外部の磁界は0と近似できるので、N本の導線を囲む長さbの長方形領域についての磁界の線積分は、Hbになる。電流をiとすると、巻き線の密度N/b=nとして、

$Hb=i$N　　（H=in）

の関係が成立する。

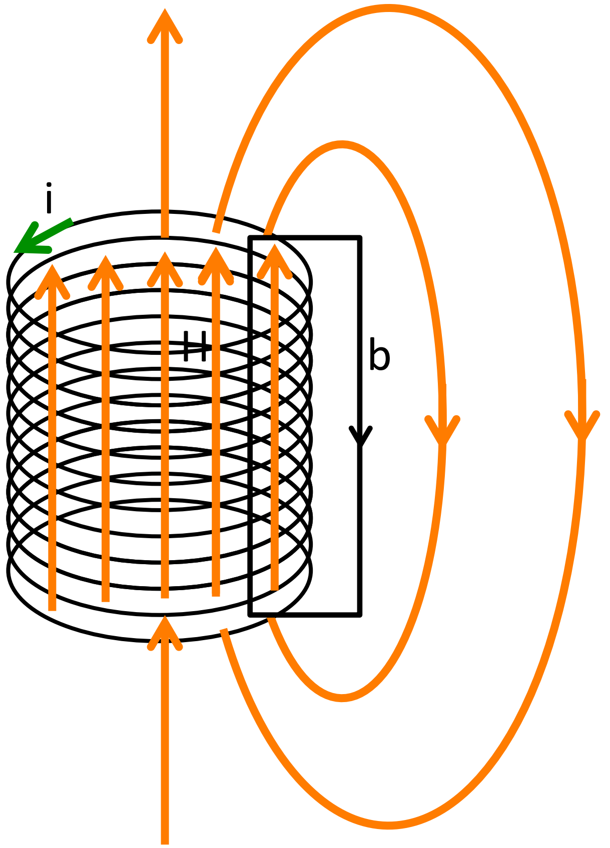
これをファラデーの法則に代入すれば、1巻きで

$$V=\frac{d}{dt}\pi a^2\mu H=\pi a^2\mu n\frac{d}{dt}i$$

が得られる。長さbの部分ではnb倍になる。ここで$\pi a^2 b\mu n^2=L$とすれば、コイルに発生する電圧は

$$V=L\frac{d}{dt}i$$

となる。Lはコイルの定数でインダクタンスと呼ばれる



インダクタンスの性質２

コイルには、見た目上電圧vをかけて電流iを流すので、電圧vを次第に上げながら電流iを増やしていくと、viの時間積分でエネルギーUが蓄積される。

$$U = \int vi dt$$

i=H/n, v=πa^{2}bμn^2(di/dt)を代入し、積分を実施すると、

$$U = \int \frac{H}{n}\pi a^2 b\mu n^2 \frac{1}{n}\frac{dH}{dt}dt = \int H\pi a^2 b\mu dH$$

となる。長さbの部分の体積πa2bで割って磁気エネルギーの体積密度e_mを求めると、

$$e_m = \int H\mu dH = \frac{\mu}{2}H^2 = \frac{HB}{2}$$

となる。

インダクタの中には、体積密度e_m=μH^2/2=HB/2=B^2/μ2
で、磁界または磁束密度の形でエネルギーが蓄えられることが分かる。

電流と電圧

コイルに電流を流すと内部に磁界が発生する。磁界が変化するとその変化率に比例して逆方向の電圧が発生する。この電圧に逆らって電流を流すためには、電圧を印加する必要がある。

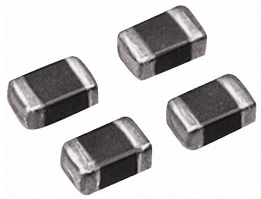
ファラデーの法則によると、インダクタにかかる電圧vは、電流の時間微分に比例する。

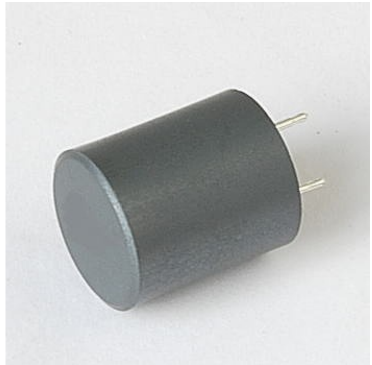
$$v = L\frac{di}{dt}$$

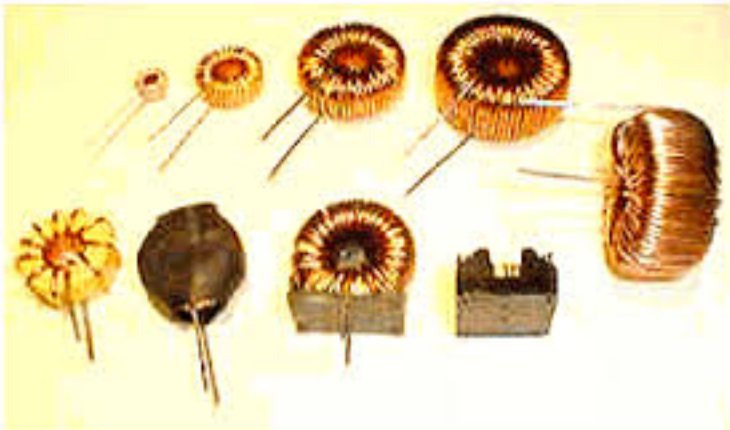
インダクタにかかる電圧V_Lは電流iの時間微分のL倍になる。

$$\boxed{V_L = L\frac{di}{dt}}$$

コイル１







トランス