

2016 電気電子回路 中間演習問題

注意 1 : 本、ノート、計算機、スマートフォンなどの持ち込みはできません。

注意 2 : 演習中はスマートフォン、コンピュータは鞆に入れてしまって下さい。

問 I

以下の複素数計算を行え。答えは実数部と虚数部に分けて表すこと。 A, B, θ, φ は実数、 j は虚数単位、 $\alpha = A \exp(j\theta)$ 、 $\beta = B \exp(j\varphi)$ は複素数、*のついた変数はその変数の複素共役（例えば $\alpha^* = A \exp(-j\theta)$ ）とする。

ヒント : $\exp(j\theta) = \cos(\theta) + j \sin(\theta)$ > 正しくは、 $\exp(j\theta) = \cos\theta + j \sin\theta$

- (1) $\alpha + \beta$ を求めよ。
- (2) α / β を求めよ。
- (3) $\alpha \beta^* - \beta \alpha^*$ を求めよ。

解答例

(1)

$$\begin{aligned}\alpha + \beta &= A \exp(j\theta) + B \exp(j\varphi) \\ &= (A \cos\theta + B \cos\varphi) + j(A \sin\theta + B \sin\varphi)\end{aligned}$$

(2)

$$\alpha / \beta = (A/B) \exp(j\theta - j\varphi) = (A/B) \cos(\theta - \varphi) + j(A/B) \sin(\theta - \varphi)$$

(3)

$$\begin{aligned}\alpha \beta^* - \beta \alpha^* &= A \exp(j\theta) B \exp(-j\varphi) - B \exp(-j\varphi) A \exp(-j\theta) \\ &= AB \{ \exp(j\theta - j\varphi) - \exp(j\varphi - j\theta) \} \\ &= AB \{ (\cos(\theta - \varphi) - \cos(\varphi - \theta)) + j(\sin(\theta - \varphi) - \sin(\varphi - \theta)) \} \\ &= 2jAB \sin(\theta - \varphi)\end{aligned}$$

問 II

化学物質の一次の分解反応がどのように進行するかを考えてみよう。化学物質 a は水溶液中において反応速度定数 k で時間 t とともに分解する。 a の分解速度 v は k と濃度 C に比例する。 a の初期濃度を C_0 としたときの C を時間の関数考えると、

$$v = -\frac{dC}{dt} = kC$$

の微分方程式が成立する。この微分方程式をインピーダンスの考え方を使って解き、 C を時間 t に対する関数として表せ。

ヒント： C を角周波数 ω の指数関数、 $C_0 \exp(j\omega t)$ と考えれば良いだろう。

微分方程式に、

$$C = C_0 \exp(j\omega t)$$

を代入すると、

$$-\frac{d}{dt} C_0 \exp(j\omega t) = k C_0 \exp(j\omega t)$$

が得られる。微分計算を行うと、 \exp は変数にかかる定数を前にかけた同じ式になる。

$$-j\omega C_0 \exp(j\omega t) = k C_0 \exp(j\omega t)$$

この関係から、

$$\omega = jk$$

が得られ、濃度 C の式は、

$$C = C_0 \exp(-kt)$$

となることが分かる。これは定数 k で減衰する式で、 k が反応速度定数であることが分かる。